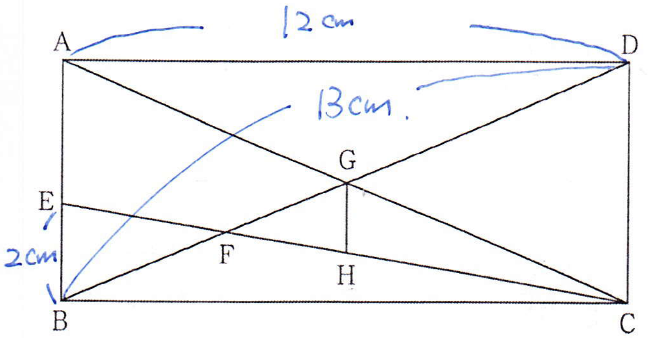
大問 5 その1.



(1) $AB^2 + AD^2 = BD^2$

$AB^2 + 12^2 = 13^2$

$AB^2 = 169 - 144 = 25$

$\therefore AB = 5cm$ //

$\triangle FEB \backsim \triangle FHG$である.

$\triangle CAE$において. G.Hは. 辺CA. 辺CEの中点なので.

中点連続定理を用いて.

$HG = \frac{1}{2}AE = \frac{1}{2}(AB - EB) = \frac{1}{2}(5-2) = \frac{3}{2}cm$.

よって. $\triangle FEB$と$\triangle FHG$の相似比は.

$EB : HG = EF : FH = 2 : \frac{3}{2}$

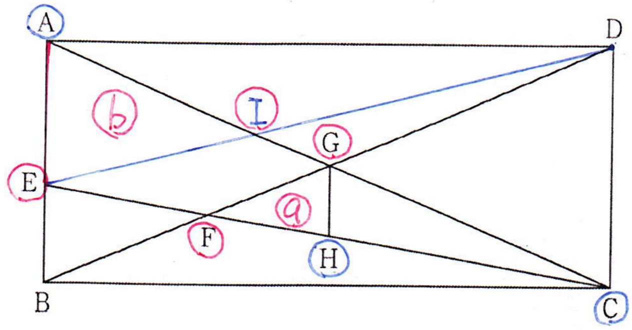
$\therefore EF : FH = 4 : 3$ //

(2) 四角形EFGI

= 台形EHGA

$- (\underbrace{\triangle FHG}_{ⓐ} + \underbrace{\triangle IAE}_{ⓑ})$

…① と考える



続く/.

大問 5 その2　(2) 続き ①

台形EHGA = △ECA − △HCG …②

△ECA ∽ △HCG であり、G, H が辺CE、辺CA の中点なので

相似比 = EC : HC = 2 : 1

よって △ECA と △HCG の面積比 = 4 : 1

$\triangle ECA = \frac{1}{2} \times AE \times AD$

$= \frac{1}{2}(5-2) \times 12 = 18\,cm^2$ …③

よって $\triangle HCG = \frac{1}{4} \times \triangle ECA = \frac{1}{4} \times 18 = \frac{9}{2}\,cm^2$ …④

③, ④ を ② へ代入して

台形EHGA $= 18 - \frac{9}{2} = \frac{27}{2}\,cm^2$ …⑤

△FHG において (1)の途中式より $HG = \frac{3}{2}\,cm$ …⑥

底辺HG に対して高さは EF : FH = 4 : 3 を用いて

高さ $= \frac{1}{2} AD \times \frac{3}{3+4} = \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{3}{7} = \frac{18}{7}\,cm$ …⑦

⑥, ⑦ より

$\triangle FHG = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{18}{7} = \frac{27}{14}\,cm^2$ …⑧

続く

大問 5 その3　(2)続き ②

△IAE ∽ △ICDで相似比は.

AE：CD = 3：5 …⑨

△IAE で AE = 5 − 2 = 3 cm …⑩

底辺 AEに対する高さは. ⑨より

$$高さ = AD \times \frac{3}{3+5} = 12 \times \frac{3}{8} = \frac{9}{2}\,\text{cm} \quad \cdots ⑪$$

⑩. ⑪より.

$$\triangle IAE = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{9}{2} = \frac{27}{4}\,\text{cm}^2 \quad \cdots ⑫$$

⑤. ⑧. ⑫を①へ代入して.

$$四角形\ EFGI = \frac{27}{2} - \left(\frac{27}{14} + \frac{27}{4}\right) = \frac{27}{2} - \frac{27}{14} - \frac{27}{4} = \frac{378 - 54 - 189}{28} = \frac{135}{28}$$

$$\therefore \frac{135}{28}\,\text{cm}^2$$