大問 $\boxed{1}$

(1) $-2^2-8\div(-5)$

$= -4-\left(-\dfrac{8}{5}\right)$

$= -4+\dfrac{8}{5}$

$= \dfrac{-20+8}{5}$

$= -\dfrac{12}{5}$

(2) $4a^2b\div\left(-\dfrac{2}{5}ab\right)\times 7b^2$

$= -\dfrac{\overset{2}{\cancel{4}}a^{\cancel{2}}\cancel{b}\times 5\times 7b^2}{\cancel{2}\cancel{a}\cancel{b}}$

$= -70ab^2$

(3) $(2x-1)^2-(x+3)(x-6)$

$= (4x^2-4x+1)-(x^2-3x-18)$

$= 4x^2-4x+1-x^2+3x+18$

$= 3x^2-x+19$

(4) 1つの外角 $= \dfrac{360^\circ}{30} = 12^\circ$

$\therefore$ 1つの内角 $= 180^\circ-12^\circ = 168^\circ$

大問 $\boxed{\mathrm{I}}$ 続き その1

(5) $\begin{cases} 5x+4y=9 & \cdots ① \\ 2x+3y=-2 & \cdots ② \end{cases}$

①×3 − ②×4

$$\begin{array}{rrcr} & 15x+12y & = & 27 \\ -) & 8x+12y & = & -8 \\ \hline & 7x & = & 35 \end{array}$$

$\therefore\ x=5$

②より $3y=-2x-2$

$$y=-\frac{2}{3}x-\frac{2}{3} \quad \cdots ②'$$

$x=5$ を ②' へ代入

$$y=-\frac{2}{3}\times 5-\frac{2}{3}$$

$$=-\frac{10}{3}-\frac{2}{3}$$

$$=-\frac{12}{3}=-4$$

$\therefore\ (x,\ y)=(5,\ -4)$ //

(6) x^2y-2xy

$=xy(x-2) \cdots ①$

$x=\sqrt{6}+2,\ y=\sqrt{6}-2$ より

$xy=(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)$

$=6-4=2 \cdots ②$

$x-2=\sqrt{6}+2-2$

$=\sqrt{6} \cdots ③$

②, ③ を ① へ代入.

$\therefore$ 与式 $=2\sqrt{6}$ //

大問 I 続き その2

(7) $3x^2-2x-5=0$

$$x=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\times3\times(-5)}}{2\times3}$$

$$=\frac{2\pm\sqrt{4+60}}{6}=\frac{2\pm\sqrt{64}}{6}=\frac{2\pm8}{6}$$

$x=\frac{10}{6},\ -\frac{6}{6}$ $\quad\therefore\ x=\frac{5}{3},\ -1$ //

(8) $y=\frac{4}{3}x-7$ より、xの増分$=\Delta x$、yの増分$=\Delta y$
とすると

$$\Delta y=\frac{4}{3}\Delta x.$$

$\Delta x=6$ を代入して. $\Delta y=\frac{4}{\cancel{3}}\times\cancel{6}^{2}=8$ //

(9) 2, 2, 5, X, 13, 15 の数で.

$$\text{平均値}=\frac{2+2+5+X+13+15}{6}=\frac{X+37}{6}\ \cdots①$$

$$\text{中央値}=\frac{5+X}{2}\ \cdots②$$

① = ② より

$$\frac{X+37}{6}=\frac{X+5}{2}$$

(続く).

大問 $\boxed{1}$ 続き その3

(9) 続き

$$X + 37 = \frac{x+5}{2} \times 6$$

$$X + 37 = 3(x+5)$$

$$3X + 15 = X + 37$$

$$2X = 37 - 15 = 22$$

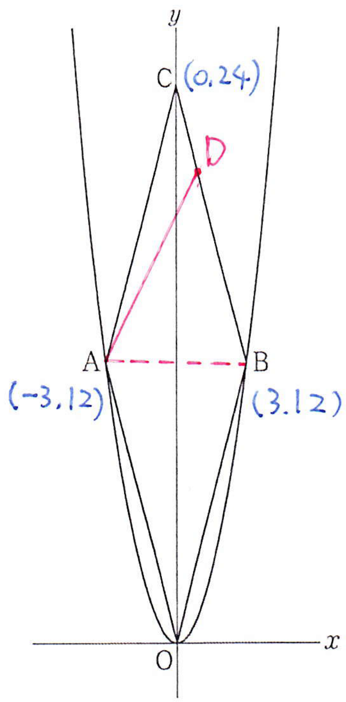
$$\therefore X = 11$$

大問$\boxed{2}$

(1) $y=ax^2$ に $(x, y)=(-3, 12)$ を代入して.

$12=a\times(-3)^2$　$9a=12$

$\therefore a=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$



(2) 四角形OABCがひし形なので

B(3, 12), C(0, 24)

$y=ax+b$ として. B, Cの座標を代入

$$\begin{cases} 12=3a+b & \cdots ① \\ 24=b & \cdots ② \end{cases}$$

②を①へ代入.

$12=3a+24$

$3a=-12$　$\therefore a=-4$

よって.

$y=-4x+24$

(3) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\{3-(-3)\}\times(24-12)$

$=\frac{1}{2}\times6\times12=36$

よって. $\triangle ADC=12$となる点Dは. 線分BCを$1:2$に内分する.

よってDのx座標$=1$. →(2)へ. $y=-4\times1+24=20$

$\therefore$ D(1, 20)

大問 $\boxed{3}$ その1

(1) 取り出し方の総数
$= 8 \times 5 = 40$ 通り

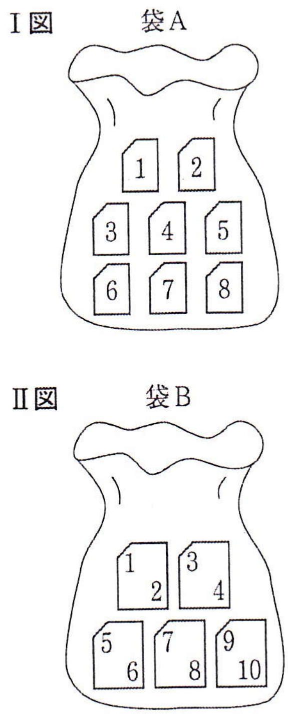
B(1, 2)に対して. A : 6通り
(3, 4, 5, 6, 7, 8)

B(3, 4)に対して. A : 6通り
(1, 2, 5, 6, 7, 8)

B(5, 6)に対して A : 6通り
(1, 2, 3, 4, 7, 8)

B(7, 8)に対して. A : 6通り
(1, 2, 3, 4, 5, 6)

B(9, 10)に対して. A : 8通り
(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)



よって. 3つの数がすべて異なる場合の数は.
$6+6+6+6+8 = 32$ 通り.

よって. すべて異なる確率 $= \dfrac{32}{40} = \dfrac{4}{5}$ //

続く.

大問 $\boxed{3}$ その2

(2) 3つの数の積が、2^3 を含む場合を数える

A $\boxed{1}$: B $\boxed{7.8}$ 1通り

A $\boxed{2}$: B $\boxed{3,4}$ $\boxed{7.8}$ 2通り

A $\boxed{3}$: B $\boxed{7.8}$ 1通り

A $\boxed{4}$: B $\boxed{1,2}$ $\boxed{3,4}$ $\boxed{5,6}$ $\boxed{7.8}$ $\boxed{9,10}$ 5通り

A $\boxed{5}$: B $\boxed{7.8}$ 1通り

A $\boxed{6}$: B $\boxed{3.4}$ $\boxed{7.8}$ 2通り

A $\boxed{7}$: B $\boxed{7.8}$ 1通り

A $\boxed{8}$: B $\boxed{1.2}$ $\boxed{3.4}$ $\boxed{5.6}$ $\boxed{7.8}$ $\boxed{9.10}$ 5通り

よって 8の倍数になる総数

$= 1+2+1+5+1+2+1+5$

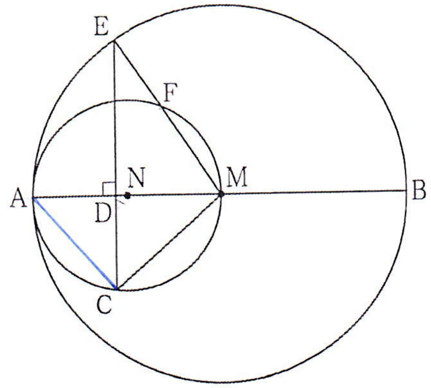
$= 18$ 通り

$\therefore \frac{18}{40} = \frac{9}{20}$ //

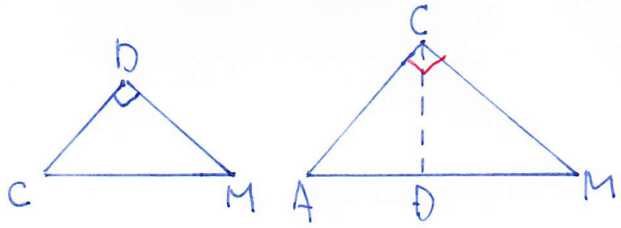
$8=2^3$ $4=2^2$ $6=2\times3$ などと

素因数分解して $A\times B$ に 2が3個以上含まれる場合を数えています。

大問4 その1



(1) △DCM∽△CAMの証明



△DCMと△CAMにおいて.

共通な角なので　∠DMC＝∠CMA…①

仮定より　∠CDM＝90°…②

直径に対する円周角なので　∠ACM＝90°…③

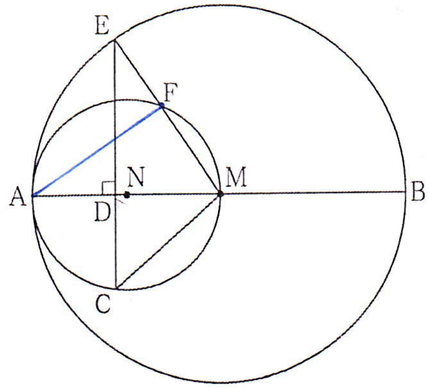
②, ③より　∠CDM＝∠ACM…④

①, ④より. 2つの角が等しいので

△DCM∽△CAM

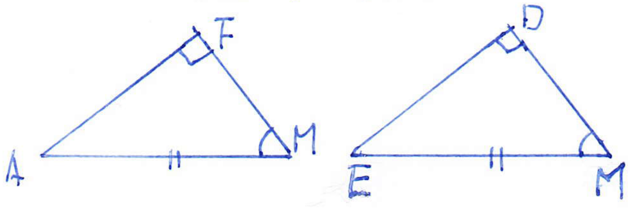
証明終り

(2) △FMA≡△DME　…答え ウ



以下. 設問にはないが.

証明を記す.



続く.

大問 4 その2.

(2)の証明の続き. △FMAと△DMEにおいて.

仮定より. ∠EDM = 90° …①

直径に対する円周角なので ∠AFM = 90° …②

又. AMとEMは円Mの半径なので

AM = EM …③

共通な角なので ∠FMA = ∠DME …④

①.②.③.④より. 直角三角形の斜辺と

一つの鋭角がそれぞれ等しいので

△FMA ≡ △DME 証明終り

次に線分FMの長さを求める.

△FMA ≡ △DMEより. FM = DM

△ACMにおいて. 直径に対する

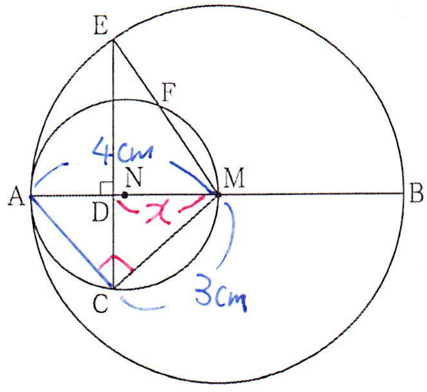
円周角なので ∠ACM = 90°

よって. $\overline{AC}^2 = \overline{AM}^2 - \overline{CM}^2$

$= 4^2 - 3^2$

$= 16 - 9 = 7$

$\overline{AC} = \sqrt{7}$ cm.



△CDMと△CDAで

MD = x cm AD = 4 − x cm とする

続く.

大問 4 その3　(2) 続き

$\triangle CDM$ で　$\overline{CD}^2 = \overline{CM}^2 - \overline{MD}^2$

$= 9 - x^2$

$\triangle CDA$ で.　$\overline{CD}^2 = \overline{CA}^2 - \overline{AD}^2$

$= 7 - (4-x)^2$

よって.　$9 - x^2 = 7 - (4-x)^2$

$9 - x^2 = 7 - (16 - 8x + x^2)$

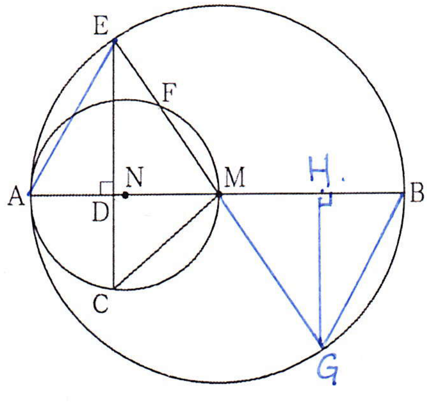
$9 - \cancel{x^2} = -9 + 8x - \cancel{x^2}$

$8x = 18 \quad x = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$

$FM = DM = \frac{9}{4}$ cm //

(3) $\triangle MGB \equiv \triangle MEA$ なので

高さ $\overline{GH} = \overline{ED}$ $\left(\because \begin{array}{l} \overline{MG} = \overline{ME} \\ \overline{MB} = \overline{MA} \\ \angle GMB = \angle EMA \end{array} \right)$



$\overline{ED}^2 + \overline{DM}^2 = \overline{EM}^2$

(2) より $DM = FM = \frac{9}{4}$ cm

$EM = 4$cm

$\overline{ED}^2 = 4^2 - \left(\frac{9}{4}\right)^2 = 16 - \frac{81}{16} = \frac{256-81}{16} = \frac{175}{16}$

$\overline{ED} = \sqrt{\frac{175}{16}} = \frac{5}{4}\sqrt{7}$

よって $\triangle MGB = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{5}{4}\sqrt{7} = \frac{5}{2}\sqrt{7}$ cm² //

大問 $\boxed{5}$ その1

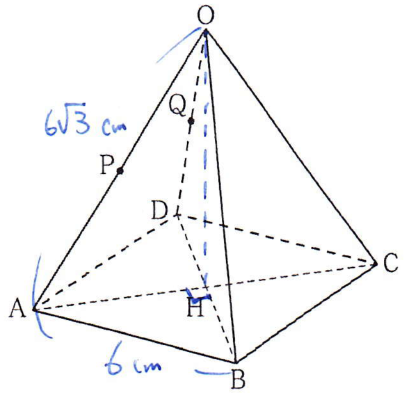
(1) 四角形ABCDは正方形なので.

△HABは. ∠AHB=90°の直角二等辺三角形

よって $AH : AB = 1 : \sqrt{2} = x : 6$

$\sqrt{2}x = 6 \quad x = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$

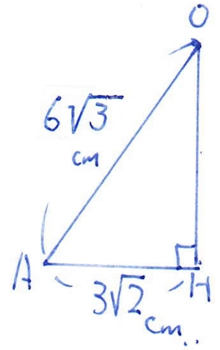
∴ $\overline{AH} = 3\sqrt{2}$ cm



高さ$\overline{OH}$を求める

$$\overline{OH}^2 = \overline{OA}^2 - \overline{AH}^2$$
$$= (6\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{2})^2$$
$$= 108 - 18 = 90$$

よって $\overline{OH} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$ cm.



従って 正四角錐 O-ABCD $= \frac{1}{3} \times 6^2 \times 3\sqrt{10}$

$= 36\sqrt{10}$ cm³

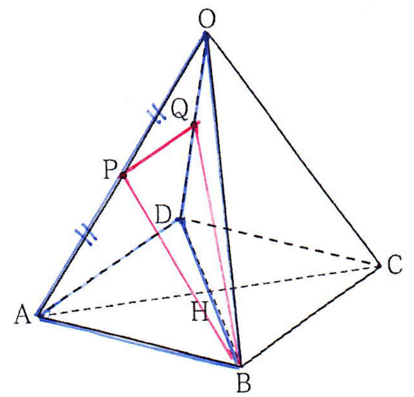
(2) 三角錐 O-PBQ は.

三角錐 O-ABD の一部である.

三角錐O-ABDの体積

$= \frac{1}{2} \times$ 正四角錐O-ABCD

$= \frac{1}{2} \times 36\sqrt{10} = 18\sqrt{10}$ cm³



続く

大問 $\boxed{5}$ その2　(2) 続き

ここで、三角錐 O-PBQ、三角錐 O-ABD の底面を
それぞれ △OPQ、△OADと考えると、

O-PBQ，O-ABDは高さ*が等しく、底面積の異なる
三角錐である。

＊頂点Bから面OADに下した
垂線の長さ

P、Qはそれぞれ、OA、ODの中点なので

OP：OA＝1：2　OQ：OD＝1：2

∠POQ＝∠AOD（∵共通な角）

よって △OPQ と △OAD は相似で、相似比は 1：2

従って面積比は、△OPQ：△OAD＝1：4

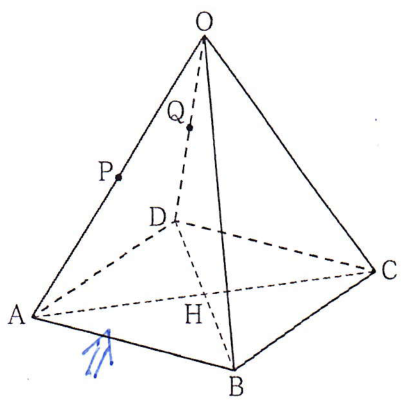
∴ 三角錐 O-PBQ は、三角錐 O-ABD の底面積を
$\frac{1}{4}$ にした三角錐である。

よって 三角錐 O-PBQ ＝ $\frac{1}{4}$ × 三角錐 O-ABD

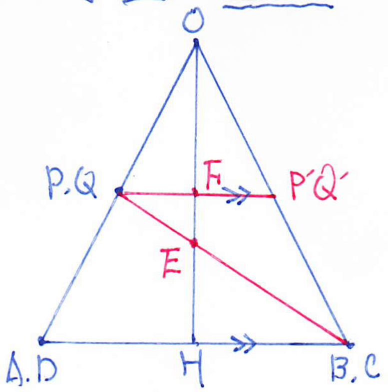
$= \frac{1}{4} \times 18\sqrt{10} = \frac{9}{2}\sqrt{10}$ cm³

(3) 面OAB側から見た
正面図を考える。

続く



大問 $\boxed{5}$ その3　(3) 続き



P(Q)を通りA(D)B(C)に平行な線PP'を引く。又、PとBを通る直線を考える。
それぞれが、OHと交わる点をF, Eとする。

中点連結定理より。$\overline{PP'} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ cm

$OP : OA = OF : OH = 1 : 2$ なので

$\overline{FH} = \frac{1}{2}\overline{OH} = \frac{3}{2}\sqrt{10}$ cm　∵ (1)より。

$\triangle EPF \backsim \triangle EBH$ となる　∵ $\angle EPF = \angle EBH$, $\angle PEF = \angle BEH$

相似比は、$FP : HB = 1 : 2$
(中点連結定理)

よって $FE : HE = 1 : 2$

$$\overline{FE} = \frac{\overline{FE} + \overline{HE}}{1+2} = \frac{\overline{FH}}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}\sqrt{10} = \frac{1}{2}\sqrt{10} \text{ cm}$$

$\overline{OF} = \frac{3}{2}\sqrt{10}$ で、$\overline{OE} = \overline{OF} + \overline{FE}$

$$= \frac{3}{2}\sqrt{10} + \frac{1}{2}\sqrt{10} = 2\sqrt{10} \text{ cm}$$

大問6 その1

以下 A～Dの箱を2セット並べて各箱の上から下へ通し番号を振った並びを考える。
(青字は通し番号)

さらに①～㉓の玉を繰り返し並べた時の各繰り返し回数で①の玉が入る場所を赤字で示す。

	A	B	C	D	A	B	C	D
上	1 1	4 22	7 19	10 16	13 13	16 10	19 7	22 4
中	2 24	5 21	8 18	11 15	14 12	17 9	20 6	23 3
下	3 23	6 20	9 17	12 14	15 11	18 8	21 5	24 2

(1) ㉓ ① ② が初めて同じ箱に入るのは、
①が初めて中段に入る 3回目。
よって $(23 \times 2 + 1) \div 3 = 15 \cdots 2$.
$15 + 1 = 16$ 　16箱目
又. $16 \div 4 = 4 \cdots 0$ なので. Dの箱

∵ 余り1…A 余り2…B 余り3…C
余り0…D

大問 6 その2

(2) ①の玉は、前ページの表で、青字で示した場所に、

$$\underset{1回}{1} \to \underset{2回}{24} \to \underset{3回}{23} \to \underset{4回}{22} \to \underset{5回}{21} \to \underset{6回}{20} \to \underset{7回}{19} \to \underset{8回}{18}$$

と入る。

7回目の㉓までに入れる玉の総数は、

$23 \times 7 = 161$ 個

よって 8回目の①は

$161 + 1 = 162$ 個目。

必要な箱の個数は、

$162 \div 3 = 54 \cdots 0$

箱は、$54 \div 4 = 13 \cdots \underset{B}{\underline{2}}$　　よって 54箱目、B

(3) ア ①の玉が2回目にAの箱に入るのは、

前ページの表より 11回目

10回目までに①〜㉓を入れた個数は、

終り

$23 \times 10 = 230$ 個

よって11回目の①は、$230 + 1 = 231$ 個目。

箱は、$231 \div 3 = 77 \cdots 0$

よって 77箱目

続く

大問6 その3　(3)続き

(3) 口. 前々ページの表より ①〜㉓を24回

繰り返して入れる時 ①が Aの箱に入る場所

は.

1 → 15 → 14 → 13 → 3 → 2

1回　11回　12回　13回　23回　24回

となり. 24回の繰り返して. 6回 ①は Aに入る.

25回目で ①は. 表中の場所1に戻り同じ事を

以下繰り返す.

よって. ①が30回目に Aの箱に入るのは.

$$24 \times \frac{30}{6} = 120 \text{周期目.}$$

119周期の㉓を入れるまでの個数は

$$119 \times 23 = 2737 \text{個}$$

120周期目の①は.

$$2737 + 1 = 2738 \text{個目.}$$

箱の数は.

$$2738 \div 3 = 912 \cdots 2.$$

よって. $912 + 1 = 913$ 箱目