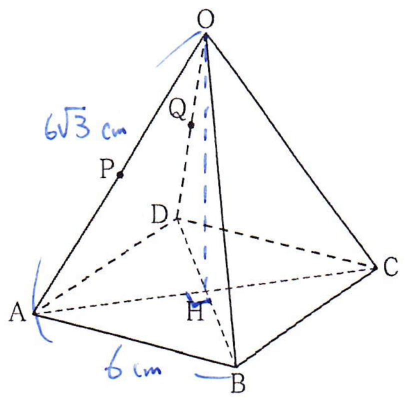
大問 $\boxed{5}$. その1

(1) 四角形 ABCD は正方形なので.



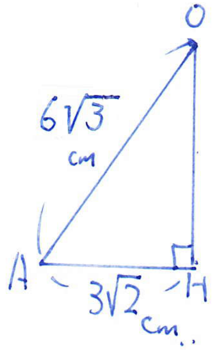
$\triangle HAB$ は. $\angle AHB = 90°$ の直角二等辺三角形

よって $AH : AB = 1 : \sqrt{2} = x : 6$

$\sqrt{2}x = 6 \quad x = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AH} = 3\sqrt{2}$ cm

高さ $\overline{OH}$ を求める



$\overline{OH}^2 = \overline{OA}^2 - \overline{AH}^2$

$= (6\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{2})^2$

$= 108 - 18 = 90$

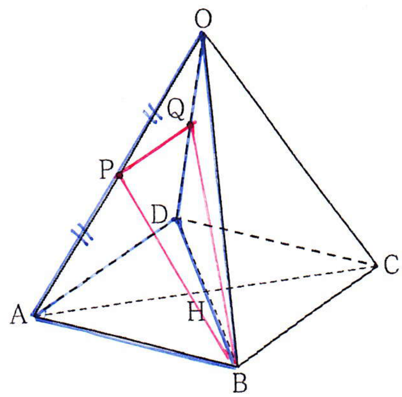
よって $\overline{OH} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$ cm.

従って 正四角錘 O-ABCD $= \frac{1}{3} \times 6^2 \times 3\sqrt{10}$

$= 36\sqrt{10}$ cm^3

(2) 三角錘 O-PBQ は.

三角錘 O-ABD の一部である.



三角錘 O-ABD の体積

$= \frac{1}{2} \times$ 正四角錘 O-ABCD

$= \frac{1}{2} \times 36\sqrt{10} = 18\sqrt{10}$ cm^3

続く

大問 $\boxed{5}$ その2　(2) 続き

ここで、三角錐 O-PBQ、三角錐 O-ABD の底面を
それぞれ △OPQ、△OADと考えると、

O-PBQ，O-ABDは高さ*が等しく、底面積の異なる
三角錐である。　　　＊頂点Bから面OADに下ろした
垂線の長さ

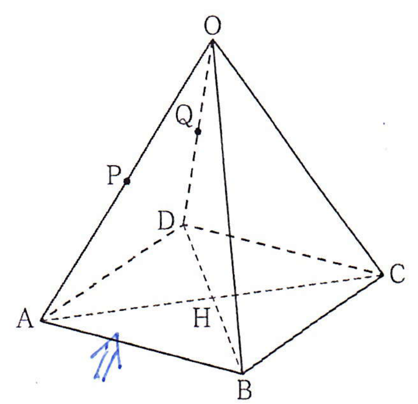
P、Qはそれぞれ、OA、ODの中点なので、
OP : OA = 1 : 2　　OQ : OD = 1 : 2
∠POQ = ∠AOD（∵共通な角）
よって △OPQ と △OAD は相似で、相似比は 1 : 2
従って面積比は、△OPQ : △OAD = 1 : 4

∴ 三角錐 O-PBQ は、三角錐 O-ABD の底面積を
$\frac{1}{4}$ にした三角錐である。

よって 三角錐 O-PBQ = $\frac{1}{4}$ × 三角錐 O-ABD

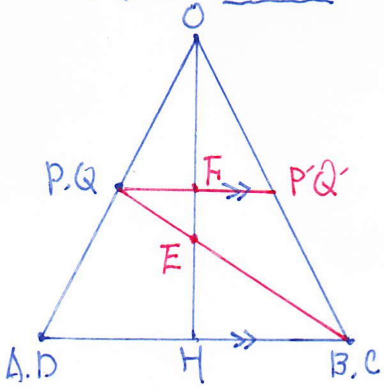
$= \frac{1}{4} \times 18\sqrt{10} = \frac{9}{2}\sqrt{10}$ cm^3

(3) 面OAB側から見た
正面図を考える。



続く

大問 5 その3　(3) 続き.



P(Q)を通りA(D)B(C)に平行な線PP'を引く．又．PとBを通る直線を考える.
それぞれが．OHと交わる点をF．Eとする.

中点連結定理より．$\overline{PP'} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ cm

OP : OA = OF : OH = 1 : 2．なので

$\overline{FH} = \frac{1}{2}\overline{OH} = \frac{3}{2}\sqrt{10}$ cm　　∵ (1)より.

△EPF ∽ △EBH となる　∵ ∠EPF = ∠EBH
　　　　　　　　　　　　∠PEF = ∠BEH

相似比は．FP : HB = 1 : 2
（中点連結定理）

よって FE : HE = 1 : 2

$$\overline{FE} = \frac{\overline{FE}+\overline{HE}}{1+2} = \frac{\overline{FH}}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}\sqrt{10} = \frac{1}{2}\sqrt{10} \text{ cm}$$

$\overline{OF} = \frac{3}{2}\sqrt{10}$ で．$\overline{OE} = \overline{OF} + \overline{FE}$

$$= \frac{3}{2}\sqrt{10} + \frac{1}{2}\sqrt{10} = 2\sqrt{10} \text{ cm}$$