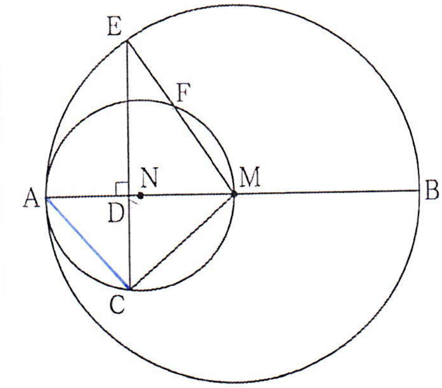
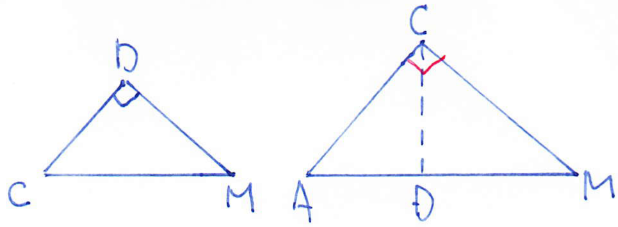
大問4 その1

(1) △DCM∽△CAMの証明





△DCMと△CAMにおいて、

共通な角なので $\angle DMC = \angle CMA$ …①

仮定より $\angle CDM = 90^\circ$ …②

直径に対する円周角なので $\angle ACM = 90^\circ$ …③

②、③より $\angle CDM = \angle ACM$ …④

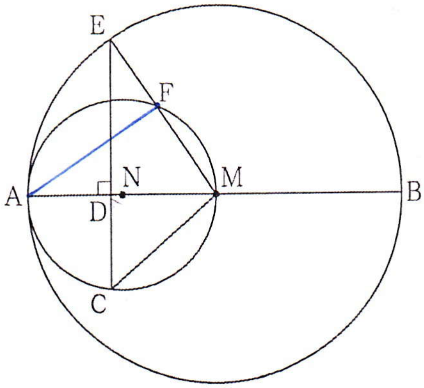
①、④より、2つの角が等しいので

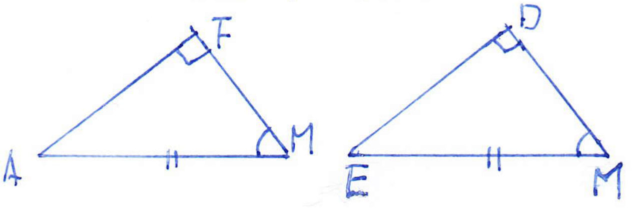
△DCM∽△CAM

証明終り

(2) △FMA≡△DME … 答え ウ

以下、設問にはないが、証明を記す。





続く。

大問 4 その2

(2)の証明の続き。 $\triangle FMA$と$\triangle DME$において.

仮定より, $\angle EDM = 90°$ …①

直径に対する円周角なので $\angle AFM = 90°$ …②

又. AMとEMは円Mの半径なので

$AM = EM$ …③

共通な角なので $\angle FMA = \angle DME$ …④

①.②.③.④より, 直角三角形の斜辺と一つの鋭角がそれぞれ等しいので

$\triangle FMA \equiv \triangle DME$ 証明終り

次に線分FMの長さを求める.

$\triangle FMA \equiv \triangle DME$より. $FM = DM$

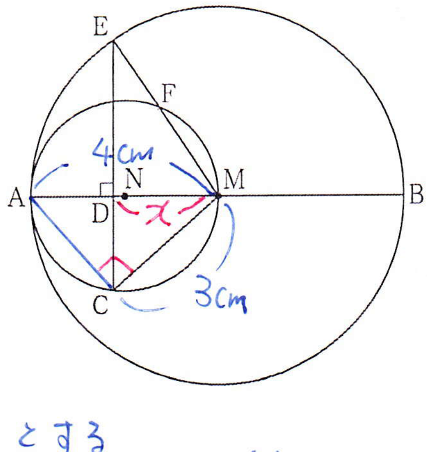
$\triangle ACM$において. 直径に対する円周角なので $\angle ACM = 90°$

よって. $\overline{AC}^2 = \overline{AM}^2 - \overline{CM}^2$

$= 4^2 - 3^2$

$= 16 - 9 = 7$

$\overline{AC} = \sqrt{7}$ cm.



$\triangle CDM$と$\triangle CDA$で

$MD = x$ cm $AD = 4 - x$ cm とする

続く

大問 4 その3 (2) 続き

$\triangle CDM$ で $\overline{CD}^2 = \overline{CM}^2 - \overline{MD}^2$

$= 9 - x^2$

$\triangle CDA$ で. $\overline{CD}^2 = \overline{CA}^2 - \overline{AD}^2$

$= 7 - (4-x)^2$

よって. $9 - x^2 = 7 - (4-x)^2$

$9 - x^2 = 7 - (16 - 8x + x^2)$

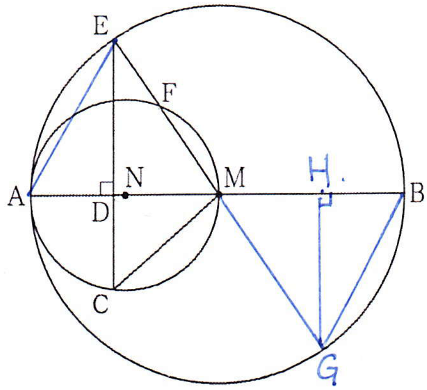
$9 - \cancel{x^2} = -9 + 8x - \cancel{x^2}$

$8x = 18 \quad x = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$

$FM = DM = \frac{9}{4}$ cm

(3) $\triangle MGB \equiv \triangle MEA$ なので

高さ $\overline{GH} = \overline{ED}$ $\left(\because \begin{array}{l} \overline{MG} = \overline{ME} \\ \overline{MB} = \overline{MA} \\ \angle GMB = \angle EMA \end{array} \right)$



$\overline{ED}^2 + \overline{DM}^2 = \overline{EM}^2$

(2) より $DM = FM = \frac{9}{4}$ cm

$EM = 4$cm

$\overline{ED}^2 = 4^2 - \left(\frac{9}{4}\right)^2 = 16 - \frac{81}{16} = \frac{256-81}{16} = \frac{175}{16}$

$\overline{ED} = \sqrt{\frac{175}{16}} = \frac{5}{4}\sqrt{7}$

よって $\triangle MGB = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{5}{4}\sqrt{7} = \frac{5}{2}\sqrt{7}$ cm^2