2023年京都府公立高校前期選抜試験

共通問題 数学 解答

Ｄｒ.竹中英数塾

2023年3月29日

大問1

(1) $-3^2 \times \{7-(-4)^2\}$

$= -9 \times \{7-16\}$

$= -9 \times (-9)$

$= 81$

(2) $\dfrac{3x-2y}{6} - \dfrac{4x-y}{8}$

$= \dfrac{4(3x-2y)-3(4x-y)}{24}$

$= \dfrac{\cancel{12x}-8y-\cancel{12x}+3y}{24}$

$= -\dfrac{5}{24}y$

(3) $3\sqrt{50}-\sqrt{2}-\sqrt{54}\div\sqrt{3}$

$= 3\times 5\sqrt{2}-\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{\cancel{54}^{18}}}{\sqrt{\cancel{3}_{1}}}$

$= 15\sqrt{2}-\sqrt{2}-3\sqrt{2}$

$= 11\sqrt{2}$

(4) $\begin{cases} 2x-3y=5 & \cdots ① \\ 3x-(4x-6y)=-1 & \cdots ② \end{cases}$

②より

$3x-4x+6y=-1$

$-x+6y=-1 \quad \cdots ②'$

① + ②' × 2

$$\begin{array}{rr} & 2x-3y=5 \\ +) & -2x+12y=-2 \\ \hline & 9y=3 \end{array}$$

$\therefore y=\dfrac{1}{3}$

①より $2x=3y+5$

$x=\dfrac{3y+5}{2}=\dfrac{3}{2}y+\dfrac{5}{2}$

$y=\dfrac{1}{3}$を代入

$x=\dfrac{\cancel{3}^{1}}{2}\times\dfrac{1}{\cancel{3}_{1}}+\dfrac{5}{2}$

$=\dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{2}=3$

$\therefore (x, y) = \left(3, \dfrac{1}{3}\right)$

大問1（その2）

(5) $y=ax^2$ で $x_1 \to x_2$ の変化の割合 $= a(x_1+x_2)$

を使う

$y=-2x^2$ $x=a \to x=a+2$ の変化の割合は

$-2\{a+(a+2)\}=-40$

$-2(2a+2)=-40$

$2a+2=20$

$2a=18$ $\therefore a=9$

(6) $(2x+y+5)(2x+y-5)$ $A=2x+y$

$=(A+5)(A-5)$

$=A^2-25$

$=(2x+y)^2-25$

$=(4x^2+4xy+y^2)-25$

$=4x^2+4xy+y^2-25$

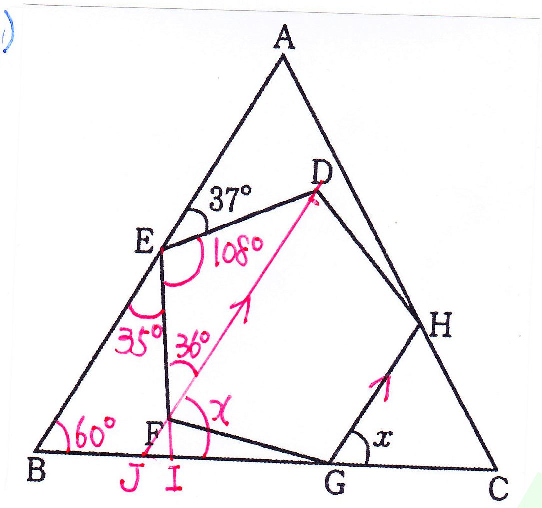
(7) $6x^2+2x-1=0$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-6\times(-1)}}{6}$$

$$=\frac{-1\pm\sqrt{7}}{6}$$

大問1（その3）

(8)



DJ // HG より

$x = \angle FJI$

$\angle BEI = 180° - (37° + 108°) = 35°$

$\angle FIG = \angle BEI + \angle EBI$

$= 35° + 60° = 95°$

$\angle FIG = \angle FJI + \angle JFI$

$= x + 36° = 95°$

$\therefore x = 95° - 36° = 59°$

(9) あたりくじ2本、はずれくじ2本の合計4本から、太郎、次郎、花子が順にひいて、花子だけ当る場合は、

太郎はずれ、次郎はずれ、の場合。

太郎がはずれる確率 $= \frac{2}{4}$

次郎がはずれる確率 $= \frac{1}{3}$

花子が当る確率 $= \frac{2}{2}$

よって $\frac{2}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{1}{6}$

大問2

生徒9人がそれぞれ拾ったペットボトルの本数(本)

3, 9, 15, 6, 11, 8, 4, a, b ・平均8本 ・本数はすべて異なる

(1) $3+9+15+6+11+8+a+b=8\times9$

$a+b+56=72$

$a+b=16$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

$a+b=16$ なる2数で○以外を求める

$a=1$ $b=15$ ×

$a=2$ $b=14$ ○

$a=5$ $b=11$ ×

$a=7$ $b=8$ ×

$a=10$ $b=6$ ×

$a=12$ $b=4$ ×

$a=13$ $b=3$ ×

$a=14$ $b=2$ ○

よって $(a, b)=(2, 14)$

(2) 2 3 4 6 8 9 11 14 15

$4+9=13$

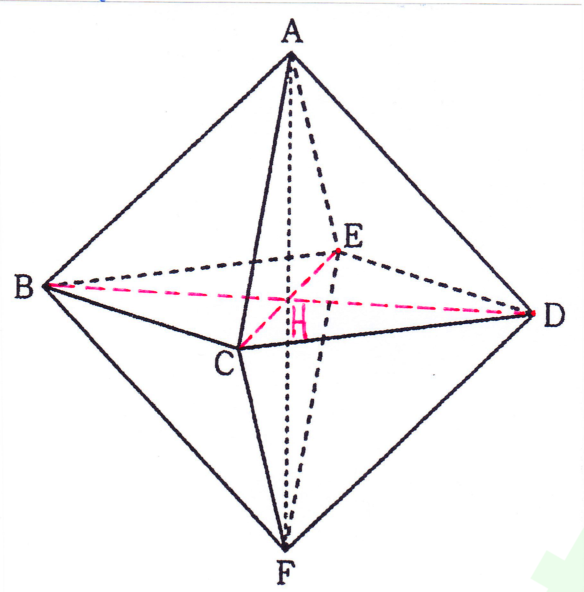
第1四分位数を4本とすると、

第3四分位数は $4+9=13$ となり、

当てはまる。

よって先生の拾った本数は13本

大問 3



(1) 1辺を a cm とする

$AF = 4$ cm より $AH = 2$ cm

$BC : BH = \sqrt{2} : 1$ より

$BH = \frac{1}{\sqrt{2}} BC = \frac{1}{\sqrt{2}} a$

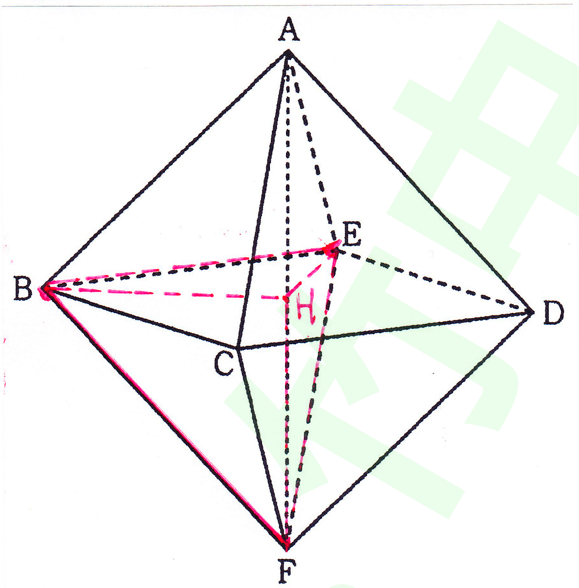
$AB^2 - BH^2 = AH^2$ より

$a^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} a\right)^2 = 2^2$

よって $\frac{1}{2} a^2 = 4$

$a^2 = 8 \quad \therefore \ a = 2\sqrt{2}$ cm

(2)



三角錐 HBFE

$= \frac{1}{3} \times \triangle HBE \times HF$

$\triangle HBE = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$

$HF = 2$

よって 三角錐 HBFE

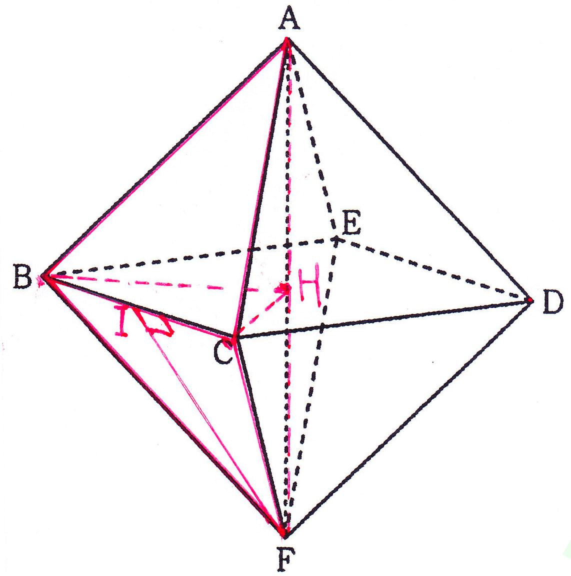
$= \frac{1}{3} \times 2 \times 2$

$= \frac{4}{3}$ cm^3

(3) 三角錐 ABCF において △BCF を底面として 体積から高さを求める

高さ = 点Aと面BFCの距離

大問3 (3) (その2)



三角錐ABCF = 2×三角錐HBFC

= 2×三角錐HBFE

$= \frac{4}{3} \times 2 = \frac{8}{3}$

△BCFの高さFI

$= BF \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}$

$\triangle BCF = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{3}$

三角錐ABCFの高さ(点Aと面BFCの距離) = dとすると.

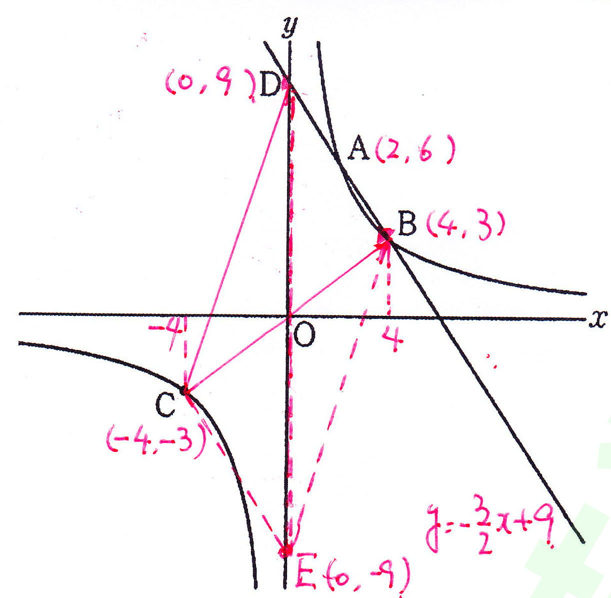
三角錐ABCF $= \frac{1}{3} \times \triangle BCF \times d$

$= \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} \times d = \frac{8}{3}$

よって $2\sqrt{3}\, d = 8$

$\therefore d = \frac{8}{2\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$ cm

大問4



(1) $a=2\times 6=12$

$a=12$ より.

B(4, 3), C(-4, -3)

となる.

A(2, 6), B(4, 3) より

直線ABの式を求める

$y=\frac{3-6}{4-2}x+b=-\frac{3}{2}x+b$

Aの座標を代入して.

$6=-\frac{3}{2}\times 2+b \quad \therefore b=9$

よって直線AB : $y=-\frac{3}{2}x+9$

△BDCをBDを底面として, 等積変形する (C→E)

E点y座標 $=-3+\left(-\frac{3}{2}\right)\times 4$

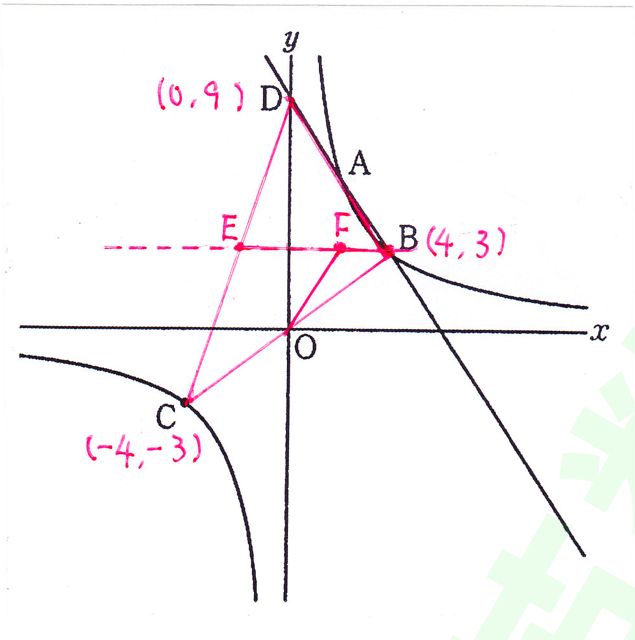
$=-3-6=-9$

よって △BDC=△BDE で. DE $=9-(-9)=18$ なので

$\therefore$ △BDC=△BDE $=\frac{1}{2}\times 18\times 4=36$

大問4（その2）

(2)



線分CDの中点

$\left(\dfrac{-4+0}{2}, \dfrac{-3+9}{2}\right) = (-2, 3)$

Eのy座標＝3なので

点Eは線分CDの中点である。

よって直線BEは△BDCを二等分する。

よって △BEC $= \dfrac{1}{2}$△BDC

よって △OBF $= \dfrac{1}{10}$△BDC ならば 四角形COFE $= \dfrac{2}{5}$△BDC

$\because \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{10} = \dfrac{2}{5}$

BFを底辺とすると △OBFの高さ＝点Bのy座標＝3

BF＝xとすると $\dfrac{1}{2} \times 3 \times x = \dfrac{1}{10}$△BDC $= \dfrac{36}{10} = \dfrac{18}{5}$

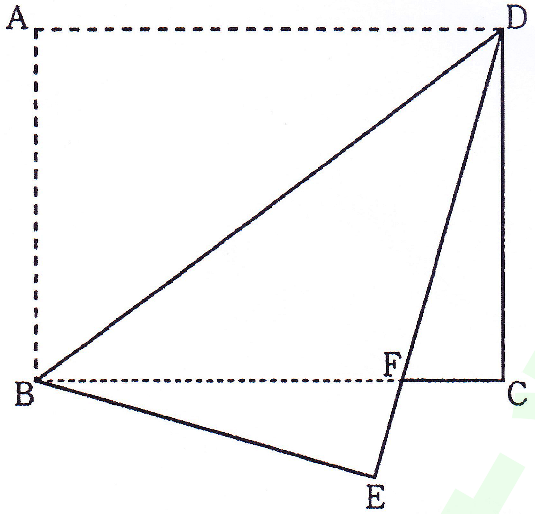
$\dfrac{3}{2}x = \dfrac{18}{5}$　　$x = \dfrac{18}{5} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{12}{5}$　　$\therefore$ BF $= \dfrac{12}{5}$

よって 点Fのx座標 $= 4 - \dfrac{12}{5}$

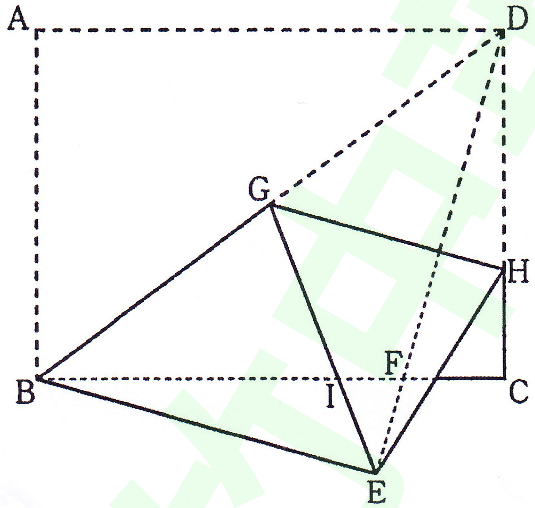
$= \dfrac{20-12}{5} = \dfrac{8}{5}$

大問5

(1) Ⅰ図



Ⅱ図



△IGBと△IFEにおいて.

対頂角なので

∠BIG = ∠EIF …①

△BEFと△DCFで

仮定より ∠BEF=∠DCF=90°

…②

対頂角なので ∠BFE=∠DFC

…③

∠EBF=180°−∠BEF−∠BFE

…④

∠CDF=180°−∠DCF−∠DFC

…⑤

②,③,④,⑤より

∠EBF=∠CDF …⑥

△FBDで

∠FBD=∠EBD−∠EBF …⑦

∠FDB=∠CDB−∠CDF …⑧

ここで. 長方形ABCDなので △ABD≡△CDB

折り返しなので △EBD≡△ABD

よって. △EBD≡△CDB

よって ∠EBD=∠CDB …⑨

⑥,⑦,⑧,⑨より. ∠IBG=∠FBD=∠FDB …⑩

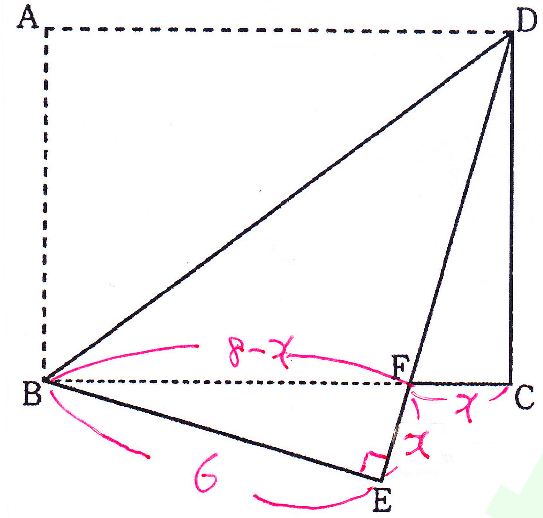
折り返しなので. ∠FEI=∠FDB …⑪

⑩,⑪より △IGBと△IFEにおいて. ∠IBG=∠IEF …⑫

①,⑫より二組の角がそれぞれ等しいので. △IGB∽△IFE

大問5（その2）

(2) I図



$\triangle EBF$ と $\triangle CDF$ において

前問②、⑥ と $BE=DC$ より

$\triangle EBF \equiv \triangle CDF$

よって $EF=CF$

$EF=x$ とすると、$BF=8-x$

よって直角三角形 BEF において

$BE^2+EF^2=BF^2$ なので

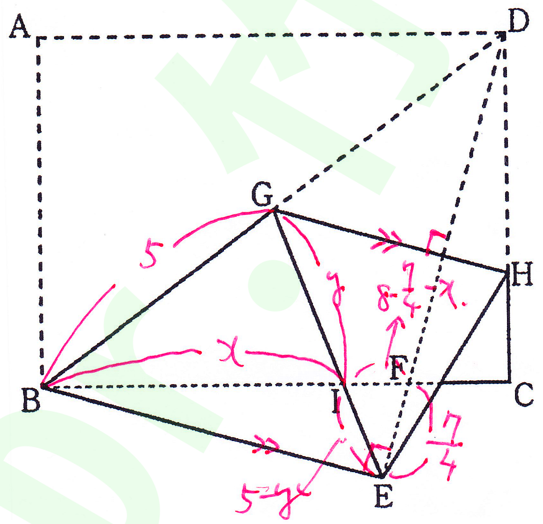
$$6^2+x^2=(8-x)^2$$

$$36+x^2=64-16x+x^2$$

$$16x=64-36=28$$

よって $x=\frac{28}{16}=\frac{7}{4}$　　∴ $EF=\frac{7}{4}$ cm

(3) II図



$GH \parallel BE$ で、GH は線分 DE を二等分する

$GB=GD$　$BD=\sqrt{6^2+8^2}=10$

∴ $GB=GD=5$

折り返しなので $GE=GD=5$

$\triangle IGB \sim \triangle IFE$ より

$GB:EF=BI:EI=GI:FI$

$=5:\frac{7}{4}$

（次頁へ続く）

大問 5 (その3)

(3) 続き

BI $= x$ とすると. FI $= 8 - x -$ FC $= 8 - \frac{7}{4} - x$

GI $= y$ とすると. EI $=$ GE $- y = 5 - y$

よって

$$\begin{cases} x : 5 - y = 5 : \frac{7}{4} & \cdots ① \\ y : 8 - \frac{7}{4} - x = 5 : \frac{7}{4} & \cdots ② \end{cases}$$

① より

$$\frac{7}{4}x = 5(5 - y)$$

$$\frac{7}{4}x = 25 - 5y$$

$$7x + 20y = 100 \cdots ①'$$

② より

$$\frac{7}{4}y = 5\left(8 - \frac{7}{4} - x\right)$$

$$\frac{7}{4}y = 40 - \frac{35}{4} - 5x$$

$$7y = 160 - 35 - 20x$$

$$20x + 7y = 125 \cdots ②'$$

②′ × 20 − ①′ × 7

$$\begin{array}{rrcr} & 400x + 140y & = & 2500 \\ -) & 49x + 14y & = & 700 \\ \hline & 351x & = & 1800 \end{array}$$

$$x = \frac{1800}{351} = \frac{200}{39}$$

②′ より

$$y = \frac{125}{7} - \frac{20}{7}x$$

$$= \frac{125}{7} - \frac{20}{7} \times \frac{200}{39}$$

$$= \frac{4875 - 4000}{273}$$

$$= \frac{875}{273}$$

$$\therefore (x, y) = \left(\frac{200}{39}, \frac{875}{273}\right)$$

BI $= x = \frac{200}{39}$ cm

大問6

(1) 4を入力した時の矢印は、1から順に数えて、

	k=1	k=2	k=3	k=4
右	1	3	5	7
上	1	3	5	7
左	2	4	6	8
下	2	4	6	8
合計	6	14	22	30

$6+14+22+30=72$ 個

(2) 左矢印は外周に向けて、2から2ずつ増える

よって、

$$\underbrace{2+4+\cdots+38+40}_{20個}$$

$$=\frac{1}{2}\times(2+40)\times 20$$

$$=42\times 10=420 個$$

(3) 上の合計 + 左の合計 + 下の合計 − 右の合計

= 左の合計 + 下の合計

$=2\times(2+4+6+\cdots+2n)=6160$

$2+4+6+\cdots+2n=3080$

$1+2+3+\cdots+n=1540$

左辺 $=\frac{1}{2}\times(n+1)\times n$

よって $n(n+1)=3080$

$n^2+n-3080=0$

$(n+56)(n-55)=0$

$n>0$ より

$n=55$